

基于行的小波变换及其在图像压缩中的应用

刘正光 申旭刚

(天津大学电气与自动化工程学院, 天津 300072)

摘要 由于基于行的小波变换编码是以累进方式来完成列向的小波变换,其可在不影响小波变换结果的前提下,降低对存储容量的需求,为此提出用改进的提升格式进行小波变换来替代原算法中的 Mallat 算法,以加快算法的执行速度。该提升格式是以三项加法单元的形式实现,进而把三项加法单元分成两个两项加法单元,以进一步节省存储空间,但是,对于每个单元,却增加了一个乘法运算,从而计算量增大了。相对于三项加法单元采用一个模式即可求出一组低通滤波结果和高通滤波结果来说,两项加法单元对于低通滤波和高通滤波则由于要采用不同的计算步骤,因而实现时更复杂一些。

关键词 小波变换 基于行的小波图像压缩算法 提升格式

中图分类号: TN919.81 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)03-0370-05

The Line-based Wavelet Transform and Application in Image Compression

LIU Zheng-guang, SHEN Xu-gang

(School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract According to the line-based wavelet transform algorithm, the column transform is performed progressively, so lower memory is required without affecting the result of wavelet transform and it is suitable for the memory insufficient system very much. In this paper, the improved lifting scheme is used to perform wavelet transform to replace the traditional Mallat method that is used in the original algorithm. The three-adder unit is adopted to realize lifting scheme. The in-place calculation property of the lifting scheme makes the original data updated directly by the current computation result. So the synchronous buffer and the splitting operation are not necessary any more. At the same time, one three-adder unit can be divided into two two-adder units so that less memory is required. However, two two-adder units need one more multiplication in contrast to one three-adder unit. Thus, there is more computation in two two-adder units. Furthermore, the three-adder uses the same operations for low pass lines and high pass lines while the two-adder needs different. This algorithm has been tested and compared with JPEG2000 in items of PSNR and bit rate. Experimental results show that it is memory efficient and excellent in compression performance.

Keywords Wavelet transform, Line-based wavelet image compression, Lifting scheme

1 引言

基于行的小波图像编码^[1,2],其和传统小波变换不同,由于它不需要读取全部图像数据再进行变换,而是以累进方式逐行完成小波变换和输出小波系数,并随着系数的产生直接进行编码,从而达到了减少内存需求的目的。

将小波基函数进行平移和伸缩得到的小波称为第

1代小波,而利用其他方式得到的小波称为第2代小波。提升格式^[3]是由 Sweldens 在 20 世纪 90 年代中期首先提出的,它是构造第 2 代小波的关键技术。提升格式和传统的 Mallat 小波快速算法相比,由于计算量更小,速度更快,并可以实现全替换(fully in-place),因而所需存储空间更小。如今,提升格式已经被新的静止图像压缩标准 JPEG2000 所采用^[4]。

本文用三项加法单元实现的提升格式来替代基于行的小波图像编码算法中传统的 Mallat 算法,并

信息,因此,基于行的小波图像编码采用了简单量化策略,即对各分解级别的所有小波系数采用相同的量化器。另外,该算法还借助于基于上下文的算术编码方法来改善编码性能^[5],因为这种编码器不需要整体信息,而且性能优异。

3 提升格式

提升格式包括分割、预测和更新 3 部分。

其中分割就是将信源 $x[n]$ 分成两个相互关联的部分,一般都采用懒惰小波(lazy wavelet)的分解方法,用 $x_e[n]$ 表示偶部分,用 $x_o[n]$ 表示奇部分,即 $x_e[n]=x[2n]$, $x_o[n]=x[2n+1]$ 。

预测就是用 $x_e[n]$ 来预测 $x_o[n]$,其预测误差为

$$d[n] = x_o[n] - P(x_e[n])$$

$P(\cdot)$ 表示一个可逆预测算子。

更新就是用 $d[n]$ 来校正 $x_e[n]$,即

$$c[n] = x_e[n] + U(d[n])$$

$U(\cdot)$ 表示一个可逆更新算子。

这样,原始信号 $x[n]$ 可用 $d[n]$ 、 $c[n]$ 和 $P(\cdot)$ 、 $U(\cdot)$ 两个算子的表示形式。

预测和更新,都是提升的一个步骤,而提升格式可以包括若干提升步骤。

Daubechies 和 Sweldens 已经证明,任何 FIR 滤波器的小波变换都可以分解成为若干提升步骤的形式^[6]。如果把滤波器按照懒惰小波的方法进行分解,则可将 Mallat 算法转化为如图 2 所示的形式。

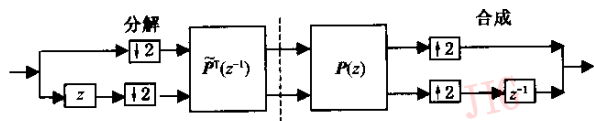


图 2 Mallet 算法的矩阵形式

其中

$$\tilde{P}(z) = \begin{bmatrix} \tilde{H}_e(z) & \tilde{G}_e(z) \\ \tilde{H}_o(z) & \tilde{G}_o(z) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$P(z) = \begin{bmatrix} H_e(z) & G_e(z) \\ H_o(z) & H_o(z) \end{bmatrix}$$

这样就完成了提升格式中分割的步骤。接下来就是把 $\tilde{P}^T(z^{-1})$ 和 $P(z)$ 分解成若干预测和更新步骤。因为 $\tilde{P}^T(z^{-1})$ 和 $P(z)$ 满足 $P(z)\tilde{P}^T(z^{-1})=\mathbf{I}$ (单位矩阵) (信号复原条件),所以对 $P(z)$ 进行分解可以得到

$$P(z) = \prod_{i=1}^m \begin{bmatrix} 1 & s_i(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_i(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix} \quad (4)$$

然后根据信号复原条件即可以得到 $\tilde{P}(z)$ 的分解。从图 3 可以看到用提升格式实现的小波变换形式(3)、式(4)及图 3 中符号的具体含义参见文献^[6]。

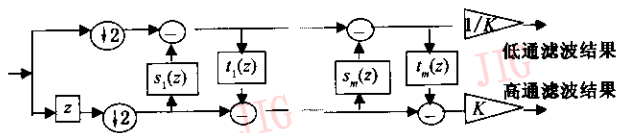


图 3 采用提升格式的正向小波变换

4 基于行小波图像编码的改进方案

由以上论述可以看到,基于行的小波图像压缩算法采用的是传统的 Mallat 算法。考虑到提升格式的优势,本文把它引入到基于行的小波图像压缩算法中,以加快算法执行速度。

以 CDF9/7 滤波器为例,其分析滤波器系数为 \hat{h}_i ($i=0,1,\dots,8$),综合滤波系数为 h_j ($j=0,1,\dots,6$),首先将分析滤波器 \hat{h}_i 进行如下因式分解:

偶部分为:

$$\hat{h}_e(z) = h_4(z^2 + z^{-2}) + h_2(2 + 2^{-1}) + h_0$$

奇部分为: $\hat{h}_o(z) = h_3(2^2 + 2^{-2}) + h_1(z + 1)$ 。

余数部分的系数为:

$$r_0 = h_0 - 2h_4h_1/h_3, r_1 = h_2 - h_4 - h_4h_1/h_3,$$

$$s_0 = h_1 - h_3 - h_3r_0/r_1$$

用 $s_i^{(n)}$ 表示信号经第 n 步低通滤波和 2 抽取后的值, $d_i^{(n)}$ 表示信号经第 n 步高通滤波和 2 抽取后的值,并定义 $\alpha = h_4/h_3$, $\beta = h_3/r_1$, $\gamma = r_1/s_0$, $\delta = s_0/t_0$, $\xi = r_0 - 2r_1$,则 CDF9/7 滤波器的提升计算步骤如下,具体说明见参考文献^[6]

$$s_i^{(0)} = x_{2i}$$

$$d_i^{(0)} = x_{2i+1}$$

$$d_i^{(1)} = d_i^{(0)} + \alpha(s_i^{(0)} + s_{i+1}^{(0)})$$

$$s_i^{(1)} = s_i^{(0)} + \beta(d_i^{(1)} + d_{i-1}^{(1)})$$

$$d_i^{(2)} = d_i^{(1)} + \gamma(s_i^{(1)} + s_{i+1}^{(1)})$$

$$s_i^{(2)} = s_i^{(1)} + \delta(d_i^{(2)} + d_{i-1}^{(2)})$$

$$s_i = \rho \times s_i^{(2)}$$

$$d_i = d_i^{(2)} / \rho$$

下面以采用 CDF9/7 滤波器来求出一组低通滤波和高通滤波的结果为例,比较一下 Mallat 算法和提升格式的计算量,为简单计,可把乘法和加法看作同一级别运算。对于 Mallat 算法,其求出一个低通滤波结果和高通滤波结果,分别需要 13 次运算和

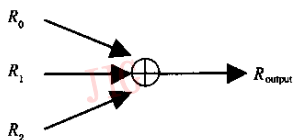


图 4 3 输入加法单元

10 次运算,共 23 次运算;而采用提升格式,计算量仅为 14 次,可见,计算量明显减少。

从 CDF9/7 的提升格式可以看出,每个提升步骤,都可以表示成如图 4 所示的一个 3 输入的加法单元^[7],其中 R_0 、 R_1 、 R_2 为输入, R_{output} 为输出, c 为乘法因子。本文以这种三项加法单元实现的提升格式替代基于行的小波图像压缩算法中传统的 Mallat 算法来进行小波变换。

基于行的小波变换,每次都是读入一行数据后就进行行向小波变换,而本文利用了提升格式的 in-place 特性,则不需要额外内存,由于其中间结果直接覆盖原有数据,因此也不需要进行奇偶分割。这样计算,由于计算步骤较少,从而节省了内存需求,但是求出的结果是交织在一起的,而不是同一子带的数据在一起。其计算过程如图 5 所示,其中横向($R_i, R_{i+1}, \dots, R_{i+10}$)便是一行数据,纵向表示同一位置数据的更替。

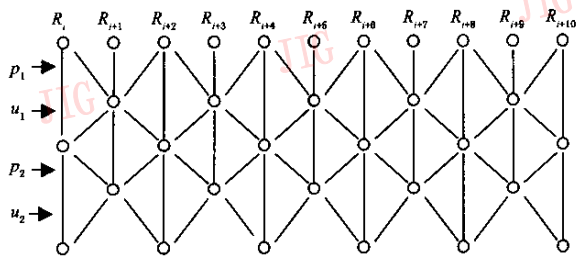


图 5 用提升表进行一维小波变换

累进列向小波变换的计算过程如图 6 所示。横向,从左向右表示待变换的各行数据(每个点表示一行数据);纵向,从上到下表示存储单元内容的更新。其中, p_1 、 p_2 、 u_1 和 u_2 为三项加法单元中的乘法因子。在这里,有 $p_1 = \alpha, p_2 = \beta, u_1 = \gamma, u_2 = \delta$ 这种方式,使得利用提升格式只需要容量为 6 行的缓冲区就可以完成小波变换,而不是原算法中的 9 行。如图 6 所示,其中 3 个缓冲区为原始数据缓冲区,3 个缓冲区为临时数据缓冲区。累进小波变换在完成初始计算后,缓冲区存储内容如图中黑色点表示;然后,进行 4 次三项加法单元计算就可以得到小波变换结果(实际输出时,结果还要乘以 K 和 $1/K$,其含义与

图 3 中的 K 和 $1/K$ 相同)并输出,接着在空出的缓冲区(临时数据缓冲区中左边两个存储区)读入新的原始数据,其得到的新的缓冲区内容如图 6 中灰色点所示。依此步骤就可以完成纵向小波变换。

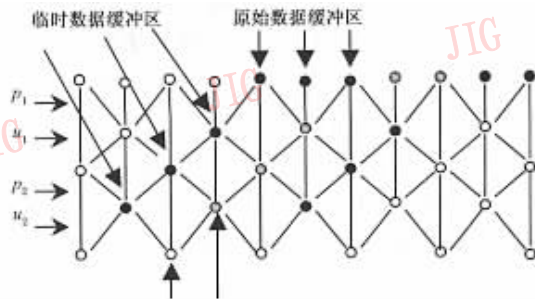


图 6 用三项加法单元实现提升格式

5 用两项加法器实现提升格式的方案

若三项加法单元可以用两个两项加法单元替代(如图 7 所示),则累进列向小波变换的过程如图 8 所示。

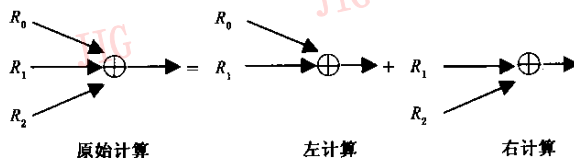


图 7 用两项加法实现三项加法单元

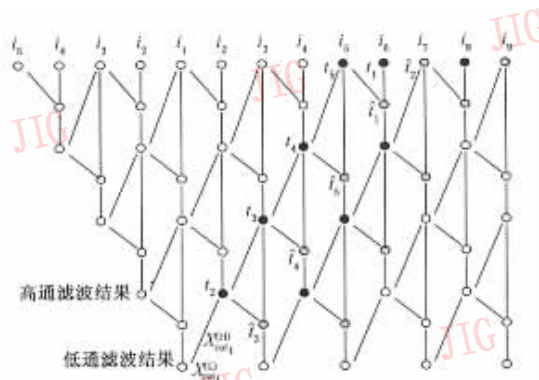


图 8 用两项加法器实现提升格式

从图 8 可以看到,对于 CDF9/7 滤波器,现在只需要 5 个缓冲区就可以完成滤波的工作了。利用对称延拓,在读取 5 行数据后,再按照图 6 步骤进行计算,即首先保留最后的临时结果,并输出低通滤波结果 $X_{out1}^{(L)}(t_1)$ 所存储的内容;然后输入一组新的数据 i_6 (放到 t_1),此时缓冲区所存储的内容如图 8 中黑色点 $t_1 \sim t_5$ 所示;接下来,利用缓冲区内容,就可以求

出图8中灰色点的内容,并用其替换原缓冲区内容,再输出高通滤波结果 $X_{out_1}^{(H)}(t_2)$ 所存储的内容);最后输入一组新的数据 i_7 (放到 t_2),此时缓冲区所存储的内容如图8中灰色点 $\hat{t}_1 \sim \hat{t}_5$ 所示。重复上面的过程,仅用5个缓冲区就可以完成CDF9/7小波变换。

把三项加法单元分成两个两项加法单元,虽可进一步节省存储单元,但是,对于每个单元来说,却增加了一个乘法运算,因而计算量增大了。相对于三项加法单元采用一个模式即可求出一组低通滤波和高通滤波结果来说,两项加法单元对于低通滤波和高通滤波则由于要采用不同的计算步骤,因而实现上更复杂些。



(a) Lena 原始图像



(b) 一次分解还原图



(c) 二次分解还原图



(d) 三次分解还原图

图9 还原图像和原始图像的比较结果

本文考虑到基于行的小波图像编码算法在内存受限环境下的优势,故采用以三项加法单元形式实现的提升格式替代原算法所采用的Mallat算法来进行小波变换,以便算法执行速度更快,所需内存更小。改进后的算法不仅可以移植到DSP中实现,还可应用到数码相机中。

表1 还原图像和原始图像的质量比较

	峰值信噪比 $PSNR(dB)$	均方误差
一级分解	53.017	0.32462
二级分解	53.105	0.31810
三级分解	53.203	0.31100

表2 给定比特率图像压缩的 $PSNR$ 单位: dB

参数	算法		
	JPEG	JPEG2000	基于行的压缩算法
比特率(bpp)			
0.125	28.45	32.898	31.05
0.25	31.96	34.870	34.20
0.50	35.51	37.781	37.35
1.00	38.78	41.115	40.47

参考文献

- Chrysafis C, Ortega A. Line based, reduced memory, wavelet image compression [A]. In: Proceedings of IEEE Data Compression Conference (DCC'98)[C], Snowbird, UT, USA, 1998: 398~407.
- Chrysafis C, Ortega A. An algorithm for low memory wavelet image compression[A]. In: Proceedings of IEEE International

6 试验结果与结论

图9是用本文的方法对Lena图像进行不同分解级别的小波变换和逆变换之后的还原图像。表1给出了还原图像和原始图像的质量比较(比特率为1.75bpp),表2给出了不同算法在给定比特率条件下,对Lena图像压缩后的 $PSNR$,JPEG2000是应用开放软件包Jasper实现的,从表2可看出,基于行的图像压缩效果与JPEG2000相差甚微,却比JPEG有了很大提高。



Conference on Image Processing, vol. III[C], Kobe, Japan, 1999: 354~358.

- Sweldens W. The lifting scheme; a new philosophy in biorthogonal wavelet construction[A]. In: Proceedings of SPIE on Wavelet Applications in Signal and Image[C], San Diego, CA, USA, 1995, 2569: 68~79.
- ISO/IEC JTC 1/SC 29/WG 1, ISO/IEC FCD15444-1: JPEG2000 image coding system[S/OL]. March 2000, <http://www.jpeg.org/FCD15444-1.htm>.
- Chrysafis C. Efficient context-based entropy coding for lossy wavelet image compression[A]. In: Proceedings of IEEE Data Compression Conference (DCC'97)[C], Snowbird, UT, USA, 1997: 241~250.
- Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. Journal of Fourier Analysis Applications, 1998, 4(3): 245~267.
- Chang W, Lee Y, Peng W, et al. A line-based, memory efficient and programmable architecture for 2D DWT using lifting scheme[A]. In: IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS) 2001[C], Sydney, Australia, 2001, 4: 330~333.



刘正光 1945年生,教授,博士生导师。主要研究方向有模式识别、图像处理、电力电子技术、智能控制等。

申旭刚 1977年生,硕士研究生。主要研究方向为图像处理技术。